

Álgebra Lineal I

Examen Parcial 3

Instrucciones: El examen es *individual*. Por favor, no pongas más de un problema por hoja y escribe tu nombre en cada hoja.

1. Sean las matrices

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

- (a) (2.5 pts.) Calcula el polinomio característico de ambas matrices y verifica que son el mismo. Concluye que A y B tienen exactamente los mismos valores propios con las mismas multiplicidades algebraicas.
- (b) (2.5 pts.) Demuestra, sin embargo, que A y B no son matrices *equivalentes* (es decir, no son representaciones del mismo mapeo lineal en distintas bases). Para ello muestra que $\lambda = 1$ es valor propio de A y de B pero con distinta multiplicidad *geométrica*. (*Sugerencia:* Calcula los núcleos de $A - I$ y de $B - I$.)

2. (5 pts.) Considera la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -5 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \end{bmatrix}.$$

Calcula sus valores propios. Calcula las multiplicidades algebraica y geométrica de cada uno de ellos. Encuentra todos los vectores propios de A .

Total: 10 pts.