

Álgebra Lineal I

Tarea 2

Eliminación gaussiana (sin permutaciones). Aplica el método de eliminación Gaussiana para resolver los siguientes sistemas de ecuaciones. Justifica todos los pasos y verifica que la solución encontrada es, efectivamente, solución del problema original.

1.

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 + x_3 &= 1 \\x_1 + 2x_2 - 3x_3 &= -1 \\x_1 + 2x_2 + 2x_3 &= 1.\end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned}2x_1 + 3x_2 - x_3 &= 0 \\-x_1 + 7x_2 + 6x_3 &= -3 \\5x_1 + 9x_2 - x_3 &= 0.\end{aligned}$$

3.

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 1 \\x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 3x_4 &= 4 \\x_1 + x_2 + 3x_3 + 3x_4 &= 3 \\x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 &= 3.\end{aligned}$$

Eliminación gaussiana (con permutaciones). Aplica el método de eliminación Gaussiana con permutaciones para resolver los siguientes sistemas de ecuaciones. Justifica todos los pasos, indica cuáles son las matrices de permutación requeridas y verifica que la solución encontrada es, efectivamente, solución del problema original.

4.

$$\begin{aligned}x_1 + 4x_2 + 2x_3 &= -2 \\-2x_1 - 8x_2 + 3x_3 &= 32 \\x_2 + x_3 &= 1.\end{aligned}$$

5.

$$\begin{aligned}x_2 + x_3 &= 0 \\x_1 + x_2 &= 0 \\x_1 + x_2 + x_3 &= 1.\end{aligned}$$

Método de Gauss-Jordan. Aplica el método de Gauss-Jordan para encontrar la inversa de las siguientes matrices:

6.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & 4 & -1 \end{bmatrix}$$

7.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Sugerencia: Multiplica primero por una matriz de permutación P de manera que PA sea diagonal.

Misceláneo. Resuelve los siguientes problemas.

8. (Meyer, pg. 13) El siguiente sistema *no* tiene solución:

$$\begin{aligned} -x_1 + 3x_2 - 2x_3 &= 1 \\ -x_1 + 4x_2 - 3x_3 &= 0 \\ -x_1 + 5x_2 - 4x_3 &= 0. \end{aligned}$$

Intenta resolverlo usando eliminación Gaussiana y explica qué ocurre para indicar que el sistema es imposible de resolver.

9. (Noble, Daniel pg. 105) Intenta resolver el siguiente sistema usando eliminación Gaussiana:

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 - 5x_3 &= 2 \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 &= 4 \\ 4x_1 + x_2 - 6x_3 &= 8. \end{aligned}$$

Explica porqué este sistema debe tener un número infinito de soluciones y encuéntralas todas.

10. (Meyer, pg. 13) Encuentra los coeficientes a , b y c en la ecuación de la parábola $y = a + bx + cx^2$, si se sabe que ésta pasa por los puntos $(1, 1)$, $(2, 2)$ y $(3, 0)$ en el plano (x, y) .

Total: 10 pts.