

Instituto de Investigaciones en Matemáticas Aplicadas y en Sistemas

# Espacios de Sobolev y Ecuaciones Diferenciales Parciales de Tipo Elíptico

## Curso Avanzado de Ecuaciones Diferenciales

### Presentación

Ramón G. Plaza  
*IIMAS, UNAM*



# Posgrado en Ciencias Matemáticas



Página del Posgrado:

<http://www.posgrado.unam.mx/matematicas/>

# 1 Introducción

## 2 Plataforma CISCO-Webex

## 3 Temario

## 4 Bibliografía

# Curso avanzado de EDPs

- Curso avanzado en el área de Ecuaciones Diferenciales.
- No. de créditos: 9 (4.5 horas a la semana).
- Prerequisitos. Indispensable: **Análisis Real**. Deseable: **Ecuaciones Diferenciales Parciales** y **Análisis Funcional**, mas no estrictamente necesarios.
- Contacto: Ramón G. Plaza  
([plaza@mym.iimas.unam.mx](mailto:plaza@mym.iimas.unam.mx))

# Página del curso

- La liga permanente de la página del curso es:  
<http://mym.iimas.unam.mx/ramon/AvanzadoEDPs-2021-2.html>
- En esta página encontrarán el temario, la bibliografía, el calendario y cualquier material adicional, así como las tareas y anuncios relacionados con el curso.

# Horario

- Clases: **Lunes y miércoles, 16:00 - 18:15 hrs.**
- Se usará la opción **Webex Education Instructor Meeting** de la plataforma **CISCO-Webex**
- No es necesario instalar nada. Se puede acceder mediante un navegador (Safari, Chrome, Firefox) que instala un cliente virtual.
- Si lo prefieren, pueden descargar la versión Desktop. La licencia de la UNAM se puede acceder desde <https://aulas-virtuales.cuaed.unam.mx/>
- Para las clases es necesario **registrarse**. Sólo se puede acceder al Instructor Meeting por invitación.

Interesados en asistir enviar un correo a  
[plaza@mym.iimas.unam.mx](mailto:plaza@mym.iimas.unam.mx)

# Horario

- Clases: **Lunes y miércoles, 16:00 - 18:15 hrs.**
- Se usará la opción **Webex Education Instructor Meeting** de la plataforma **CISCO-Webex**
- No es necesario instalar nada. Se puede acceder mediante un navegador (Safari, Chrome, Firefox) que instala un cliente virtual.
- Si lo prefieren, pueden descargar la versión Desktop. La licencia de la UNAM se puede acceder desde <https://aulas-virtuales.cuaed.unam.mx/>
- Para las clases es necesario **registrarse**. Sólo se puede acceder al Instructor Meeting por invitación. Interesados en asistir enviar un correo a [plaza@mym.iimas.unam.mx](mailto:plaza@mym.iimas.unam.mx)

# Horas de oficina

- Es una hora a la semana destinada a aclarar dudas sobre el material del curso, las tareas y para discusión general sobre EDPs.
- Para ello, se usará la opción **Personal Room** de CISCO-Webex. La liga permanente de mi salón personal es:  
<https://unam.webex.com/meet/plaza>
- No hay código de acceso. Todo el mundo puede entrar.
- Se pueden programar citas extraordinarias por correo electrónico

## Horarios posibles:

Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
	<b>16-17</b>		16-17	
	17-18		17-18	

# Calendario

- Por la contingencia sanitaria, la UNAM ha modificado el calendario oficial. Éste se puede descargar siguiendo esta [liga](#) (versión semestral)
- Periodo de clases: **15 de febrero al 11 de junio, 2021.**
- Periodo de exámenes: **14 al 25 de junio, 2021.**
- Días inhábiles: 1 y 2 de abril, 10 de mayo, 2021.
- No. total de clases: 23.

# Evaluación

- La calificación final será el promedio de 3 tareas:
  - **Tarea 1: Análisis funcional y distribuciones** (secciones 1-2)
  - **Tarea 2: Espacios de Sobolev** (sección 3)
  - **Tarea 3: Problemas elípticos** (sección 4)
- Las tareas se entregarán durante el curso. La última tarea se entrega en la semana de exámenes ordinarios.

- 1 Introducción
- 2 Plataforma CISCO-Webex**
- 3 Temario
- 4 Bibliografía

# CISCO-Webex



Webex Meetings

## CISCO-Webex en la UNAM:

- <https://aulas-virtuales.cuaed.unam.mx/>
- Salas personales: <https://unam.webex.com>
- Guía de estudiantes (FES Iztacala): [liga](#)

## Instalación/uso:

- Para ingreso a las sesiones, no es necesario instalar nada ni tener cuenta en CISCO-Webex. Se puede acceder con un navegador. Navegadores compatibles:
  - Internet Explorer 11 y posteriores
  - Chrome
  - Safari 11 y posteriores
  - Mozilla Firefox 5.2 y posteriores
- Si desean descargar el cliente para Desktop: [liga](#)
  - Windows 7-10
  - MacOS > 10.13
- Es compatible con dispositivos móviles

## Tipos de sesiones:

- **Webex Education Instructor Meeting:** se utilizará para las clases.
- **Personal Room Meeting:** Se usará para las horas de oficina y la presentación (esta reunión)

## Recomendaciones generales:

- Buscar un espacio físico adecuado
- Usar auriculares para evitar ruido de fondo
- Silenciar micrófonos de los participantes para evitar ruidos de fondo y feedback
- Utilizar la opción de **Chat** para plantear preguntas o informar de algún problema técnico
- **Deshabilitar** la comunicación del chat privado entre participantes
- Configurar la opción de **Compartir contenido** para asignar permisos a los participantes

## Personal Room Meeting:

- Tiene una liga permanente:  
<https://unam.webex.com/meet/plaza>
- Todo el mundo puede entrar, no hay clave de acceso
- Si quieren mostrar contenido deberán solicitarlo

## Webex Education Instructor Meeting:

- **No** tiene liga permanente. Se reserva el espacio con antelación
- Sólo se puede acceder por invitación (correo electrónico). Tiene clave de acceso
- Se bloqueará la reunión después de los primeros **15 minutos**
- Si quieren mostrar contenido deberán solicitarlo
- La opción de chat privado estará desactivada
- Usar el chat para alzar la mano en caso de preguntas

- 1 Introducción
- 2 Plataforma CISCO-Webex
- 3 Temario**
- 4 Bibliografía

# Temario

- El temario del curso en formato PDF se puede descargar siguiendo esta liga:  
<https://mym.iimas.unam.mx/ramon/AvanzadoEDPs-2021-2/Temario.pdf>
- El curso constará de **tres secciones**.
- En la primera sección se hará una revisión de los aspectos básicos de Análisis Funcional.
- La segunda sección está dedicada a teoría de distribuciones.
- La tercera sección es central y estará dedicada a desarrollar la teoría de espacios de Sobolev.
- La cuarta sección se centrará en la formulación variacional de problemas elípticos.

# Sección 1: Espacios de Hilbert y de Banach

- Propiedades básicas
- El teorema de proyección, teorema de Riesz
- Operadores lineales: breve introducción a teoría espectral
- Espacio dual, alternativa de Fredholm
- Lema de Lax-Milgram y teoremas relacionados
- Métodos de aproximación

## Sección 2: Teoría de distribuciones

- Funciones de prueba y espacio de distribuciones
- Convergencia
- Cálculo de distribuciones: multiplicación, composición, convolución
- Distribuciones temperadas
- Transformadas de Fourier y de Laplace

## Sección 3: Espacios de Sobolev

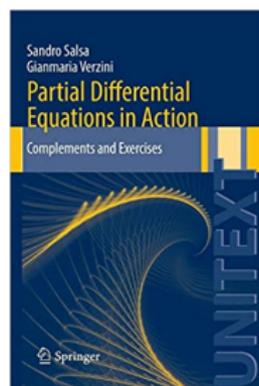
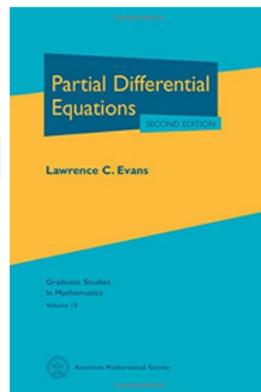
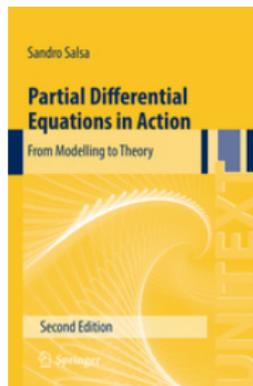
- Espacios de Sobolev en  $\mathbb{R}^n$ . Definición y propiedades básicas.
- El teorema de traza. Completez.
- Espacios de Sobolev en dominios arbitrarios
- Aproximaciones, extensiones, trazas
- Desigualdades de Sobolev y teoremas de encaje
- Compacidad: el teorema de Rellich-Kondrachov
- Desigualdades tipo Poincaré
- El espacio dual

## Sección 4: Formulación variacional para problemas elípticos

- Operadores elípticos
- Formulación variacional: existencia y unicidad de soluciones débiles
- Teoría de regularidad para operadores elípticos de segundo orden
- Principio del máximo
- Teoría espectral
- Introducción al método de elemento finito

- 1 Introducción
- 2 Plataforma CISCO-Webex
- 3 Temario
- 4 Bibliografía**

# Bibliografía básica



# Bibliografía básica

- **S. Salsa**, *Partial differential equations in action. From modelling to theory*, second ed., vol. 86 of Unitext, Springer, Cham, 2015.  
**Capítulos 6 - 9.**
  - **Salsa-Verzini (2015)** - Complements and exercises.
- **L. C. Evans**, *Partial differential equations*, vol. 19 of Graduate Studies in Mathematics, American Mathematical Society, Providence, RI, second ed., 2010.  
**Capítulos 5, 6, 8.**

# Bibliografía complementaria

## Sección 1 (Análisis funcional)

- **A. Bressan**, *Lecture Notes on Functional Analysis*, vol. 143 of Graduate Studies in Mathematics, American Mathematical Society, Providence, RI, 2013.
- **H. Attouch, G. Buttazzo, G. Michaille**, *Variational analysis in Sobolev and BV spaces. Applications to PDEs and optimization*, second ed., vol. 17 of MOS-SIAM Series on Optimization, Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), Philadelphia, PA, 2014.
- **K. Rektorys**, *Variational methods in mathematics, science and engineering*, D. Reidel Publishing Co., Dordrecht, second ed., 1980.

# Bibliografía complementaria

## Sección 2 (Distribuciones)

- **L. Schwartz**, *Mathematics for the physical sciences*, Hermann, Paris, 1966.
- **R. S. Strichartz**, *A guide to distribution theory and Fourier transforms*, Studies in Advanced Mathematics, CRC Press, Boca Raton, FL, 1994.
- **A. H. Zemanian**, *Distribution theory and transform analysis*, Dover Publications, Inc., New York, second ed., 1987.

# Bibliografía complementaria

## Sección 3 (Espacios de Sobolev)

- **R. A. Adams**, *Sobolev spaces*, vol. 65 of Pure and Applied Mathematics, Academic Press, New York-London, 1975.
- **H. Brezis**, *Functional analysis, Sobolev spaces and partial differential equations*, Universitext, Springer, New York, 2011.
- **G. Leoni**, *A first course in Sobolev spaces*, vol. 181 of Graduate Studies in Mathematics, American Mathematical Society, Providence, RI, second ed., 2017.
- **S. Kesavan**, *Topics in functional analysis and applications*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1989.

# Bibliografía complementaria

## Sección 4 (Formulación variacional de problemas elípticos)

- **G. Eskin**, *Lectures on linear partial differential equations*, vol. 123 of Graduate Studies in Mathematics, American Mathematical Society, Providence, RI, 2011.
- **G. B. Folland**, *Introduction to partial differential equations*, Princeton University Press, Princeton, NJ, second ed., 1995.
- **D. Gilbarg and N. S. Trudinger**, *Elliptic partial differential equations of second order*, Classics in Mathematics, Springer-Verlag, Berlin, 2001.
- **S. Kesavan**, *Topics in functional analysis and applications*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1989.

## Bibliografía avanzada

- **C. Johnson**, *Numerical solution of partial differential equations by the finite element method*, Cambridge University Press, Cambridge, 1987.
- **J. Jost**, *Partial differential equations*, vol. 214 of Graduate Texts in Mathematics, Springer, New York, second ed., 2007.
- **T. Kato**, *Perturbation theory for linear operators*, Classics in Mathematics, Springer-Verlag, Berlin, 1980.
- **M. E. Taylor**, *Partial differential equations I - III*, Springer-Verlag, New York, 1996.

**Comenzamos miércoles 17 de febrero, 2021, 16:00 hrs.**

**Invitación por correo electrónico**