

**ECUACIONES DIFERENCIALES PARCIALES**  
**POSGRADO EN CIENCIAS MATEMÁTICAS**  
**GRUPO 0001, CLAVE 62547 (9 CRÉDITOS)**  
**SEMESTRE 2021-1**

RAMÓN G. PLAZA

**Nota importante.**

- Por instrucciones de las autoridades universitarias, durante el semestre 2021-1 todos los cursos del Posgrado en Ciencias Matemáticas deberán impartirse **en línea**. Este curso se impartirá con la plataforma [CISCO-Webex](#).
- Utilizaremos una licencia de la UNAM para dicha plataforma. Los estudiantes requieren únicamente un *browser* (Google Chrome o Firefox) para entrar a la conferencia en línea (la plataforma instala un cliente temporal).
- Los alumnos oyentes son bienvenidos, pero el previo registro de todos los asistentes es obligatorio para el correcto uso de la plataforma CISCO-Webex.
- La primera reunión tendrá lugar (virtual) el próximo **martes 22 de septiembre del 2020, a las 15:00 hrs.** La liga para la primera reunión se anunciará en la página del curso y por correo electrónico.

**Horario.**

- Las clases se llevarán a cabo los martes y jueves, de 15:00 a 17:15 hrs.
- Se utilizará la opción *sala de reunión* de CISCO-Webex, en la que se reserva el espacio virtual y requiere un código único de acceso. Es necesario registrarse conmigo para tal efecto.

**Horas de oficina.**

- En la primera reunión (martes 22) se definirá una hora fija a la semana (horas de oficina) para atender a los alumnos con dudas y aclaraciones sobre el contenido del curso.
- Para estas horas de oficina se utilizará la opción *sala personal* de CISCO-Webex, la cual no requiere código de acceso. Todos los alumnos pueden entrar.

**Contacto.**

Ramón G. Plaza  
E-mail: [plaza@mym.iimas.unam.mx](mailto:plaza@mym.iimas.unam.mx)

**Página del curso.**

- La página del curso contendrá todos los anuncios relacionados con el mismo, así como tareas, calendario, temario y demás material auxiliar.
- La liga permanente de la página del curso es:  
<https://mym.iimas.unam.mx/ramon/EDPs-2021.html>

**Evaluación.**

- Se evaluará al alumno con tareas y un examen final oral en línea. Las tareas (cuatro en total) se entregarán en fechas por determinar. Los exámenes finales se realizarán durante la semana de exámenes ordinarios de acuerdo con el calendario oficial.
- Por tratarse de un curso básico, no hay prerequisites ni seriación (en particular no es necesario haber llevado el curso de EDPs en licenciatura). Sin embargo, bases sólidas de Cálculo Diferencial e Integral son indispensables.

**Calendario.**

- Por la contingencia sanitaria, la UNAM ha modificado el calendario oficial. Éste se puede descargar siguiendo esta [liga](#) (versión semestral).
- Periodo de clases: 21 de septiembre 2020 al 29 de enero 2021.
- Periodo de exámenes: 2 al 12 de febrero, 2021.
- Días inhábiles: 2 y 16 de noviembre del 2020; 1o. de febrero, 2021.

**Temario.**

1. Ecuaciones de primer orden
  - 1.1 Motivación: la ecuación de transporte
  - 1.2 Método de características: ecuaciones cuasi-lineales
  - 1.3 Método de características: ecuaciones completamente no-lineales
  - 1.4 Las ecuaciones de la eikonal y de Hamilton-Jacobi
  - 1.5 Introducción a leyes de conservación
2. Ecuación de onda
  - 2.1 Motivación: cuerda vibrante, membrana elástica y ecuaciones de Maxwell
  - 2.2 Ecuación de onda en  $\mathbb{R}$
  - 2.3 Problema global de Cauchy
  - 2.4 Problemas con condiciones de frontera: método de reflexión y series de Fourier
  - 2.5 Problemas no homogéneos: principio de Duhamel
  - 2.6 Ecuación de onda en  $\mathbb{R}^d$
  - 2.7 Cono de luz y método de promedios
  - 2.8 Método del descenso de Hadamard
  - 2.9 Problema no homogéneo y principio de Duhamel
  - 2.10 Método de energía
3. Ecuación de Laplace
  - 3.1 Motivación: electrostática y mecánica de fluidos
  - 3.2 Las ecuaciones de Poisson y Laplace
  - 3.3 Propiedades de funciones armónicas
  - 3.4 El principio del máximo y aplicaciones
  - 3.5 Función de Green y la fórmula de Poisson
  - 3.6 Existencia de la solución al problema de Dirichlet: el método de Perron
  - 3.7 Método de energía y el principio de Dirichlet
4. Ecuación del calor
  - 4.1 Motivación: propagación del calor, caminatas aleatorias y movimiento Browniano
  - 4.2 La solución fundamental (núcleo de Poisson)
  - 4.3 Problemas con valores iniciales y de frontera: series de Fourier
  - 4.4 Principio del máximo y unicidad

- 4.5 Problema no homogéneo: principio de Duhamel
- 4.6 Regularidad
- 4.7 Soluciones no negativas: el teorema de Widder
- 5. Teoría de existencia local\*
- 5.1 El problema de Cauchy
- 5.2 El teorema de Cauchy-Kowalevski
- 5.3 El ejemplo de Lewy
- 5.4 El teorema de unicidad de Holmgren
- 5.5 Clasificación de ecuaciones de segundo orden

## BIBLIOGRAFÍA

**Bibliografía básica.** Los textos centrales para este curso son: el texto clásico de John [7], el libro de Han [5], la primera mitad del libro de Salsa [11] (capítulos 1 - 5) y el libro de Evans [2] (capítulos 2 y 3).

**Bibliografía complementaria.** Como lecturas complementarias recomiendo los libros de Pinchover y Rubinstein [9] (secciones 1 y 2), Folland [3] (sección 6), Renardy y Rogers [10] y Strauss [12] (secciones 1, 2 y 4). Los primeros dos capítulos de las notas de Han y Lin [6] constituyen un excelente (y no complicado) material complementario para la sección 3.

**Bibliografía avanzada.** De la bibliografía del temario oficial recomiendo consultar el libro de Taylor [13], así como el segundo volumen de Courant y Hilbert [1]. Para profundizar el estudio de ecuaciones elípticas recomiendo el clásico texto de Gilbarg y Trudinger [4]. Un libro moderno, aunque recomendable sólo como segunda lectura, es el de Jost [8].

## REFERENCIAS

- [1] R. COURANT AND D. HILBERT, *Methods of mathematical physics. Vol. II: Partial differential equations*, Wiley Classics Library, John Wiley & Sons Inc., New York, 1989. Reprint of the 1962 original, A Wiley-Interscience Publication.
- [2] L. C. EVANS, *Partial Differential Equations*, vol. 19 of Graduate Studies in Mathematics, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1998.
- [3] G. B. FOLLAND, *Introduction to partial differential equations*, Princeton University Press, Princeton, NJ, second ed., 1995.
- [4] D. GILBARG AND N. S. TRUDINGER, *Elliptic partial differential equations of second order*, Classics in Mathematics, Springer-Verlag, Berlin, 2001. Reprint of the 1998 edition.
- [5] Q. HAN, *A basic course in partial differential equations*, vol. 120 of Graduate Studies in Mathematics, American Mathematical Society, Providence, RI, 2011.
- [6] Q. HAN AND F. LIN, *Elliptic partial differential equations*, vol. 1 of Courant Lecture Notes in Mathematics, New York University Courant Institute of Mathematical Sciences, New York, 1997.
- [7] F. JOHN, *Partial Differential Equations*, vol. 1 of Applied Mathematical Sciences, Springer-Verlag, New York, Fourth ed., 1982.
- [8] J. JOST, *Partial differential equations*, vol. 214 of Graduate Texts in Mathematics, Springer, New York, second ed., 2007.
- [9] Y. PINCHOVER AND J. RUBINSTEIN, *An introduction to partial differential equations*, Cambridge University Press, Cambridge, 2005.
- [10] M. RENARDY AND R. C. ROGERS, *An introduction to partial differential equations*, vol. 13 of Texts in Applied Mathematics, Springer-Verlag, New York, second ed., 2004.

---

\*si el tiempo lo permite

- [11] S. SALSA, *Partial differential equations in action. From modelling to theory*, Universitext, Springer-Verlag Italia, Milan, 2008.
- [12] W. A. STRAUSS, *Partial differential equations. An introduction*, John Wiley & Sons Inc., New York, 1992.
- [13] M. E. TAYLOR, *Partial differential equations. Basic theory*, vol. 23 of Texts in Applied Mathematics, Springer-Verlag, New York, 1996.

INSTITUTO DE INVESTIGACIONES EN MATEMÁTICAS APLICADAS Y EN SISTEMAS, UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO, CIRCUITO ESCOLAR S/N, CIUDAD UNIVERSITARIA C.P. 04510, CD. DE MÉXICO (MEXICO)

*Email address:* `plaza@mym.iimas.unam.mx`