

Ecuaciones Diferenciales I
Semestre 2022-2

Tarea 2

Fecha de entrega: 11 de marzo, 2022.

1. (4 pts.) Las soluciones de la ecuación diferencial

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\alpha - x}{\beta + \gamma x + \delta x^2} y,$$

producen algunas de las funciones de distribución más importantes en estadística para valores apropiados de los parámetros constantes $\alpha, \beta, \gamma, \delta$. Aplica el método de separación de variables para resolver la ecuación en cada uno de los siguientes casos:

- (a) $\alpha = \beta = \delta = 0, \gamma > 0$ (distribución exponencial).
- (b) $\gamma = \delta = 0, \beta > 0, \alpha \in \mathbb{R}$ (distribución normal).
- (c) $\beta = \delta = 0, \gamma > 0, \alpha > -\gamma$ (distribución γ).
- (d) $\beta = 0, \delta > 0, \gamma = -\delta, (\alpha - 1)/\gamma < 1, \alpha/\gamma > -1$ (distribución β).

Nota: Justifica las respuestas escribiendo el procedimiento de solución en cada caso.

2. (3 pts.) Después de cenar, una pareja pide café. El esposo agrega una cucharadita de crema fresca a su café al momento de recibir ambas tazas, pero no lo bebe de inmediato. La esposa espera 4 minutos y luego agrega la crema (misma cantidad de crema y a la misma temperatura). Luego beben su café. ¿Quién bebe el café más caliente? Justifica tu respuesta.

3. Encuentra las trayectorias ortogonales a las siguientes familias de curvas (parametrizadas por $C = \text{constante}$) y haz el dibujo correspondiente en cada caso:

- (a) (1 pt.) $x + 2y = C$.
- (b) (1 pt.) $y = Ce^{-2x}$.
- (c) (1 pt.) $y^2 = 2x^2(1 - Cx)$. (*Hint*: Multiplica la ecuación resultante para las trayectorias ortogonales por $\frac{2x}{3y^3}$.)

Total: 10 pts.