

Ecuaciones Diferenciales I - Tarea 2

Fecha de entrega: 26 de agosto, 2011.

1. Encuentra las trayectorias ortogonales a las siguientes familias de curvas (parametrizadas por $C = \text{constante}$):

(a) (1 pt.) $x + 2y = C$.

(b) (1 pt.) $y = Ce^{-2x}$.

(c) (2 pts.) $y^2 = 2x^2(1 - Cx)$. (*Hint:* Multiplica la ecuación resultante para las trayectorias ortogonales por $\frac{2x}{3y^3}$.)

2. Determina cuáles de las siguientes ecuaciones son exactas y resuélvelas en caso afirmativo:

(a) (1 pt.)

$$x + y \cos x + (\sin x) \frac{dy}{dx} = 0.$$

(b) (1 pt.)

$$x^2 - y - x \frac{dy}{dx} = 0.$$

(c) (1 pt.)

$$y^2 e^{xy^2} + 4x^3 + (2xye^{xy^2} - 3y^2) \frac{dy}{dx} = 0.$$

3. (1 pt.) Prueba que toda ecuación separable de la forma

$$A(x) + B(y) \frac{dy}{dx} = 0,$$

es exacta. Resuélvela.

4. (2 pts.) Verifica que la siguiente ecuación no es exacta:

$$y(x - 2y) - x^2 \frac{dy}{dx} = 0.$$

Prueba que si multiplicamos la ecuación por el factor integrante $\mu(x, y) = 1/(2xy^2)$ la ecuación se vuelve exacta. Resuélvela.