SISTEMAS HIPERBÓLICOS DE LEYES DE CONSERVACIÓN

POSGRADO EN CIENCIAS MATEMÁTICAS

(9 CRÉDITOS)

RAMÓN G. PLAZA

Horario.
Martes y jueves, 9-11:15 hrs.
Salón 200, Edificio Anexo, IIMAS.

Contacto.
Dr. Ramón G. Plaza
Departamento de Matemáticas y Mecánica
Oficina 225
IIMAS - UNAM
`plaza@mym.iimas.unam.mx`

Página de Web del curso:
`http://www.fenomec.unam.mx/ramon/leyesdeconservacion.html`

Temario.

I. Generalidades
   1. Leyes de conservación y leyes de balance. Modelos y ejemplos.
   2. Soluciones débiles, condiciones de salto y no unicidad.
   3. Hiperbolicidad.
   4. Entropía y flujo de entropía.
   5. Condiciones de admisibilidad. Aproximación viscosa.

II. Ecuación escalar
   1. Ecuación escalar en una dimensión.
   2. Soluciones débiles. Condiciones de entropía.
   3. Fórmula de Lax-Oleinik.
   4. El problema de Riemann
   5. Comportamiento a tiempos largos. Ondas N.
   6. Teoría de Kružkov.
   7. La ecuación de Burgers, modelo de tráfico y otros ejemplos.

III. Sistemas de leyes de conservación en una dimensión espacial.
   1. Hiperbolicidad. Ondas viajeras.
   2. Invariantes de Riemann.
   3. Ondas de choque. Condiciones de entropía de Lax, Oleinik y Liu-Oleinik.
   4. Ondas de rarefacción y discontinuidades de contacto.
   5. Solución al problema de Riemann.
   6. El teorema de representación de Lax.
   7. Las ecuaciones de Euler.

IV. El esquema de Glimm
  1. Funciones de variación acotada
  2. La estimación de interacción
  3. Aproximación en diferencias: descripción del esquema de Glimm.
  4. Convergencia.

V. Existencia y estabilidad de ondas de choque viscosas.
  1. Perfiles viscosos escalares: existencia.
  2. El teorema de variedad central. Construcción de Kopell y Howard.
  3. Criterio de admisibilidad de Majda-Pego.
  4. Estabilidad de ondas de choque escalares.
  5. Estabilidad de perfiles en una dimensión: el método de diagonalización de Goodman.
  6. Comentarios sobre el teorema de Liu: ondas de difusión.

Bibliografía

[1] J. Carr, *Applications of Centre Manifold Theory*, vol. 35 of Applied Mathematical Sciences, Springer-Verlag, New York, 1981.

[2] C. M. Dafermos, *Hyperbolic conservation laws in continuum physics*, vol. 325 of Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften, Springer-Verlag, Berlin, second ed., 2005.

[3] L. C. Evans, *Partial Differential Equations*, vol. 19 of Graduate Studies in Mathematics, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1998.

[4] I. M. Gelfand, *Some problems in the theory of quasi-linear equations*, Amer. Math. Soc. Transl. **29** (1963), no. 2, pp. 295–381.

[5] J. Glimm, *Solutions in the large for nonlinear hyperbolic systems of equations*, Comm. Pure Appl. Math. **18** (1965), pp. 697–715.

[6] E. Godlewski and P.-A. Raviart, *Numerical approximation of hyperbolic systems of conservation laws*, vol. 118 of Applied Mathematical Sciences, Springer-Verlag, New York, 1996.

[7] J. Goodman, *Nonlinear asymptotic stability of viscous shock profiles for conservation laws*, Arch. Rational Mech. Anal. **95** (1986), pp. 325–344.

[8] A. M. Ilin and O. A. Oleinik, *Behaviour of the solutions of the Cauchy problem for certain quasilinear equations for unbounded increase of time*, Amer. Math. Soc. Transl. **42** (1964), pp. 19–23.

[9] N. Kopell and L. N. Howard, *Bifurcations and trajectories joining critical points*, Adv. in Math. **18** (1975), no. 3, pp. 306–358.

[10] S. N. Kružkov, *First order quasilinear equations with several independent variables.*, Mat. Sb. (N.S.) **81 (123)** (1970), pp. 228–255.

[11] P. D. Lax, *Hyperbolic systems of conservation laws II*, Comm. Pure Appl. Math. **10** (1957), pp. 537–566.

[12] ———, *Lecture Notes on Hyperbolic Partial Differential Equations*, Stanford University Press, 1963.

[13] ———, *Hyperbolic Systems of Conservation Laws and the Mathematical Theory of Shock Waves*, no. 11 in CBMS-NSF Regional Conference Series in Applied Mathematics, SIAM, Philadelphia, 1973.

[14] P. G. LeFloch, *Hyperbolic systems of conservation laws*, Lectures in Mathematics ETH Zürich, Birkhäuser Verlag, Basel, 2002. The theory of classical and nonclassical shock waves.

[15] R. J. LeVeque, *Numerical methods for conservation laws*, Lectures in Mathematics ETH Zürich, Birkhäuser Verlag, Basel, second ed., 1992.

[16] T.-P. Liu, *Nonlinear stability of shock waves for viscous conservation laws*, Mem. Amer. Math. Soc. **56** (1985), no. 328, pp. v + 108.

[17] ———, *Hyperbolic and Viscous Conservation Laws*, vol. 72 of CBMS-NSF Regional Conference Series in Applied Mathematics, SIAM, Philadelphia, 2000.

[18] A. Majda, *Compressible fluid flow and systems of conservation laws in several space variables*, Springer-Verlag, New York, 1984.

[19] A. Majda and R. L. Pego, *Stable viscosity matrices for systems of conservation laws*, J. Differential Equations **56** (1985), pp. 229–262.

[20] D. H. Sattinger, *On the stability of waves of nonlinear parabolic systems*, Advances in Math. **22** (1976), no. 3, pp. 312–355.

[21] D. Serre, *Systems of Conservation Laws 1: Hyperbolicity, entropies, shock waves*, Cambridge University Press, 1999.

[22] ———, *Systems of Conservation Laws 2: Geometric structures, oscillation and mixed problems*, Cambridge University Press, 2000.

[23] J. Smoller, *Shock Waves and Reaction-Diffusion Equations*, Springer-Verlag, New York, Second ed., 1994.

Departamento de Matemáticas y Mecánica, IIMAS-UNAM, Apdo. Postal 20-726, C.P. 01000 México D.F. (México)

E-mail address: `plaza@mym.iimas.unam.mx`