INTRODUCCIÓN A SISTEMAS HIPERBÓLICOS DE LEYES DE CONSERVACIÓN

POSGRADO EN CIENCIAS MATEMÁTICAS

GRUPO T002, CLAVE 62574 (6 CRÉDITOS)

RAMÓN G. PLAZA

Horario.
Martes y jueves, 12:00 - 13:30 hrs.
Salón 203, Edificio Anexo, IIMAS - UNAM.

Contacto.
Dr. Ramón G. Plaza
Departamento de Matemáticas y Mecánica
Oficina 225
IIMAS - UNAM
plaza@mym.iimas.unam.mx

Horas de oficina. Mediante cita.

Página del curso.
http://www.fenomec.unam.mx/ramon/LeyesConservacion-2011-2.html

Evaluación.
Tareas (4): 50%. Exposición final de un artículo de investigación: 50%.

Calendario.
Periodo de clases: 1o. de febrero al 27 de mayo.
Asueto académico: 18 de marzo al 22 de abril.
Exposiciones de fin de semestre: 30 de mayo al 9 de junio.
Calificación final: 10 de junio.

Temario.

I. Generalidades
   1. Leyes de conservación y leyes de balance. Modelos y ejemplos.
   2. Soluciones débiles, condiciones de salto y no unicidad.
   3. Hiperbolicidad.
   4. Entropía y flujo de entropía.
   5. Condiciones de admisibilidad. Aproximación viscosa.

II. Ecuación escalar
   1. Ecuación escalar en una dimensión.
   2. Soluciones débiles.
   3. Condiciones de entropía.
   4. Fórmula de Lax-Oleinik.
   5. El problema de Riemann
   6. Comportamiento a tiempos largos. Ondas N.

7. La ecuación de Burgers, modelo de tráfico y otros ejemplos.

III. Sistemas lineales.
  1. Sistemas simétricos hiperbólicos.
  2. El problema de Cauchy y unicidad.
  3. Ejemplos.
  4. Breve introducción a problemas mixtos.

IV. Sistemas de leyes de conservación en una dimensión espacial.
  1. Hiperbolicidad. Ondas viajeras.
  2. Invariantes de Riemann.
  3. Ondas de choque. Condiciones de entropía de Lax, Oleinik y Liu-Oleinik.
  4. Ondas de rarefacción y discontinuidades de contacto.
  5. Solución al problema de Riemann.
  6. El teorema de representación de Lax.
  7. Las ecuaciones de Euler.

V. Existencia y estabilidad de ondas de choque viscosas.
  1. Perfiles viscosos escalares: existencia.
  2. Estabilidad de ondas de choque escalares.
  3. Perfiles para sistemas: Construcción de Kopell y Howard.
  4. Criterio de admisibilidad de Majda-Pego.
  5. Estabilidad de perfiles en una dimensión: el método de diagonalización de Goodman.
  6. El teorema de Liu: ondas de difusión.

Bibliografía

[1] S. Benzoni-Gavage and D. Serre, *Multidimensional hyperbolic partial differential equations: First-order systems and applications*, Oxford Mathematical Monographs, The Clarendon Press - Oxford University Press, Oxford, 2007.

[2] J. Carr, *Applications of Centre Manifold Theory*, vol. 35 of Applied Mathematical Sciences, Springer-Verlag, New York, 1981.

[3] C. M. Dafermos, *Hyperbolic conservation laws in continuum physics*, vol. 325 of Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften, Springer-Verlag, Berlin, second ed., 2005.

[4] L. C. Evans, *Partial Differential Equations*, vol. 19 of Graduate Studies in Mathematics, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1998.

[5] I. M. Gelfand, *Some problems in the theory of quasi-linear equations*, Amer. Math. Soc. Transl. **29** (1963), no. 2, pp. 295–381.

[6] E. Godlewski and P.-A. Raviart, *Numerical approximation of hyperbolic systems of conservation laws*, vol. 118 of Applied Mathematical Sciences, Springer-Verlag, New York, 1996.

[7] J. Goodman, *Nonlinear asymptotic stability of viscous shock profiles for conservation laws*, Arch. Ration. Mech. Anal. **95** (1986), pp. 325–344.

[8] A. M. Ilin and O. A. Oleinik, *Behaviour of the solutions of the Cauchy problem for certain quasilinear equations for unbounded increase of time*, Amer. Math. Soc. Transl. **42** (1964), pp. 19–23.

[9] N. Kopell and L. N. Howard, *Bifurcations and trajectories joining critical points*, Adv. in Math. **18** (1975), no. 3, pp. 306–358.

[10] P. D. Lax, *Hyperbolic systems of conservation laws II*, Comm. Pure Appl. Math. **10** (1957), pp. 537–566.

[11] ———, *Lecture Notes on Hyperbolic Partial Differential Equations*, Stanford University Press, 1963.

[12] ———, *Hyperbolic Systems of Conservation Laws and the Mathematical Theory of Shock Waves*, no. 11 in CBMS-NSF Regional Conference Series in Applied Mathematics, SIAM, Philadelphia, 1973.

[13] P. G. LeFloch, *Hyperbolic systems of conservation laws: The theory of classical and nonclassical shock waves*, Lectures in Mathematics ETH Zürich, Birkhäuser Verlag, Basel, 2002.

[14] R. J. LeVeque, *Numerical methods for conservation laws*, Lectures in Mathematics ETH Zürich, Birkhäuser Verlag, Basel, second ed., 1992.

[15] T.-P. Liu, *The entropy condition and the admissibility of shocks*, J. Math. Anal. Appl. **53** (1976), pp. 78–88.

[16] ———, *Nonlinear stability of shock waves for viscous conservation laws*, Mem. Amer. Math. Soc. **56** (1985), no. 328, pp. v + 108.

[17] ———, *Hyperbolic and Viscous Conservation Laws*, vol. 72 of CBMS-NSF Regional Conference Series in Applied Mathematics, SIAM, Philadelphia, 2000.

[18] A. Majda, *The existence of multi-dimensional shock fronts*, Mem. Amer. Math. Soc. **43** (1983), no. 281, pp. v + 93.

[19] ———, *The stability of multi-dimensional shock fronts*, Mem. Amer. Math. Soc. **41** (1983), no. 275, pp. iv + 95.

[20] ———, *Compressible fluid flow and systems of conservation laws in several space variables*, Springer-Verlag, New York, 1984.

[21] A. Majda and R. L. Pego, *Stable viscosity matrices for systems of conservation laws*, J. Differential Equations **56** (1985), pp. 229–262.

[22] D. H. Sattinger, *On the stability of waves of nonlinear parabolic systems*, Advances in Math. **22** (1976), no. 3, pp. 312–355.

[23] D. Serre, *Systems of Conservation Laws 1: Hyperbolicity, entropies, shock waves*, Cambridge University Press, 1999.

[24] ———, *Systems of Conservation Laws 2: Geometric structures, oscillation and mixed problems*, Cambridge University Press, 2000.

[25] J. Smoller, *Shock Waves and Reaction-Diffusion Equations*, Springer-Verlag, New York, Second ed., 1994.

Departamento de Matemáticas y Mecánica, IIMAS-UNAM, Apdo. Postal 20-726, C.P. 01000 México D.F. (México)

E-mail address: `plaza@mym.iimas.unam.mx`