

Ecuaciones Diferenciales I - Tarea 2

Fecha de entrega: 20 de febrero, 2009.

1. Encuentra las trayectorias ortogonales a las siguientes familias de curvas:

(a) (1 pt.) $y = Ce^{-2x}$

(b) (1 pt.)

$$\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{3} = C, \quad C > 0,$$

(c) (2 pts.) $y = x - 1 + Ce^{-x}$ (*Hint*: Multiplica la ecuación resultante para las trayectorias ortogonales por e^y .)

2. Determina cuáles de las siguientes ecuaciones son exactas y resuélvelas en caso afirmativo:

(a) (1 pt.) $y(x - 2y)dx - x^2dy = 0$.

(b) (2 pts.) $2(x^2 + xy)dx + (x^2 + y^2)dy = 0$.

3. (1 pt.) Prueba que toda ecuación separable de la forma

$$A(x)dx + B(y)dy = 0,$$

es exacta.

4. (2 pts.) Verifica que la siguiente ecuación no es exacta:

$$(x + 2) \sin y \, dx + x \cos y \, dy = 0.$$

Prueba que si se multiplica la ecuación por el factor integrante $\eta(x, y) = xe^x$ la ecuación se vuelve exacta. Resuélvela.