

Ecuaciones Diferenciales I - Tarea 6

Fecha de entrega: 27 de marzo, 2009.

1. Resuelve las siguientes ecuaciones lineales de segundo orden:
 - (a) (0.5 pts.) $y'' + 5y' + 6y = 0$. (Encuentra la solución general.)
 - (b) (0.5 pts.) $y'' + 2y' + 2y = 0$, con condiciones iniciales $y(\pi/4) = 2$, $y'(\pi/4) = -2$.
 - (c) (1 pt.) $y'' + 2\alpha y' + \alpha^2 y = 0$, con $\alpha > 0$ constante. ¿Qué pasa cuando $x \rightarrow +\infty$?

2. (a) (1 pt.) Prueba que $y_1(x) = \sqrt{x}$ y $y_2(x) = 1/x$ son soluciones de la ecuación diferencial

$$2x^2 y'' + 3xy' - y = 0,$$

para $x \in I = (0, +\infty)$.

- (b) (1 pt.) Calcula el wronskiano, $W[y_1, y_2](x)$. ¿Qué sucede cuando $x \rightarrow 0$?
 - (c) (1 pt.) Prueba que y_1 y y_2 son linealmente independientes en el intervalo $I = (0, +\infty)$.
 - (d) (1 pt.) Resuelve el problema con valores iniciales $y(1) = 2$, $y'(1) = 1$.
3. Sean las funciones $y_1(x) = x^2$, $y_2(x) = x$.
 - (a) (0.5 pts.) Prueba que y_1 y y_2 son linealmente independientes en $x \in I = (-1, 1)$ (De hecho, son linealmente independientes en todo \mathbb{R} .)
 - (b) (1 pt.) Calcula el wronskiano para estas funciones y verifica que $W[y_1, y_2](0) = 0$, en $x = 0$.
 - (c) (0.5 pts.) Los resultados de (a) y (b), ¿contradicen la siguiente afirmación: “*Dos soluciones de la ecuación homogénea $y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$ son linealmente independientes en el intervalo abierto I si y sólo si $W[y_1, y_2] \neq 0$* ”? Explica tu respuesta.
 4. (2 pts.) La ecuación diferencial

$$y'' + \delta(xy' + y) = 0, \quad \delta > 0,$$

ocurre en la descripción de flujo turbulento de una corriente uniforme que pasa sobre un cilindro circular. Verifica que $y_1(x) = e^{-\delta x^2/2}$ es una solución, y mediante el método de reducción de orden, encuentra la solución general en forma de una integral.