FACULTAD DE CIENCIAS, UNAM
Semestre 2009-II

Dr. RAMÓN G. PLAZA

Ecuaciones Diferenciales I - Tarea 7

Fecha de entrega: 3 de abril, 2009.

1. (6 pts.) Encuentra la solución general o la solución al problema de valores iniciales, según el caso, de las siguientes ecuaciones:

   (a) $y'' - 2y' - 2y = 0$.

   (b) $y'' + 8y' - 9y = 0$, $y(1) = 1$, $y'(1) = 0$.

   (c) $y'' - 6y' + 9y = 0$.

   (d) $y'' + 4y' + 4y = 0$, $y(-1) = 2$, $y'(-1) = 1$.

   (e) $y'' + 6y' + 13y = 0$.

   (f) $y'' + 2y' + 2y = 0$, $y(\pi/4) = 2$, $y'(\pi/4) = -2$.

2. (2 pts.)

   (a) Prueba que $y_1(x) = x^r$ es una solución de la ecuación de Euler

   $$x^2y'' + \alpha xy' + \beta y = 0, \qquad x > 0,$$

   si se cumple que $r^2 + (\alpha - 1)r + \beta = 0$.

   (b) Suponiendo que $(\alpha - 1)^2 = 4\beta$, usa el método de reducción de orden para probar que $y_2(x) = (\ln x)x^{(1-\alpha)/2}$ es una segunda solución a la ecuación de Euler.

3. (1 pt.) Encuentra la solución general a la ecuación

   $$y'' + \frac{1}{4x^2}y = \cos x, \qquad x > 0,$$

   dado que $y_1(x) = \sqrt{x}$ es solución de la ecuación homogénea asociada.

4. (1 pt.) Considea un sistema mecánico descrito por la ecuación

   $$y'' + \tfrac{1}{4}y' + 2y = 2\cos(\omega t), \qquad y(0) = 0, \;\; y'(0) = 2.$$

   Encuentra la solución al problema de valores inciales e identifica la partede la solución que se denomina “estacionaria”. Encuentra la amplitud A de la solución estacionaria como función de ω, y encuentra el máximo valor de A, así como la frecuencia a la cual ocurre.