

ECUACIONES DIFERENCIALES PARCIALES I
SEMESTRE 2014 - II
GRUPO 4188, CLAVE 0165, 10 CRÉDITOS

RAMÓN G. PLAZA

Horario.

Lunes, miércoles y viernes, 12:00 - 13:00 hrs.
Ayudantía: martes y jueves, 12:00 - 13:00 hrs.
Salón: P-202, Facultad de Ciencias, UNAM.

Contacto.

Dr. Ramón G. Plaza
Departamento de Matemáticas y Mecánica
Oficina 225, IIMAS - UNAM
E-mail: plaza@mym.iimas.unam.mx

Ayudante: Felipe Ángeles

Horas de oficina.

Jueves 16:00 - 17:00 hrs. (oficina 225, IIMAS) o mediante cita.

Página del curso.

<http://www.fenomec.unam.mx/ramon/ParcialesI-2014-2.html>

Objetivo. Estudiar los aspectos básicos de las ecuaciones diferenciales parciales elementales, a saber, las ecuaciones de primer orden, la ecuación de onda, las ecuaciones de Laplace y de Poisson, y la ecuación del calor. El curso se concentrará en los métodos clásicos, haciendo especial énfasis en las propiedades elementales, como son, existencia y unicidad, principios del máximo, velocidad de propagación y regularidad de soluciones. Asimismo se expondrán aplicaciones a fenómenos de transporte, vibraciones y difusión, entre otros.

Prerequisitos.

Cálculo Diferencial e Integral I - IV, Ecuaciones Diferenciales I.

Evaluación.

Tareas: 40%. Exámenes parciales: 60%.

Las tareas y exámenes son individuales. Habrán de 8 a 10 tareas en total. No habrá examen final. En la fecha oficial del primer final ordinario se aplicará un examen de reposición de examen parcial sobre el contenido de todo el curso.

Calendario.

Periodo de clases: 27 de enero al 2 de mayo, 2014.

Asueto académico: 14 al 18 de abril.

Días inhábiles: 3 de febrero; 17 de marzo; 1o. y 15 de mayo.

Periodo ordinario de exámenes: 26 de mayo al 6 de junio.

Calendario (tentativo) de exámenes parciales:

Parcial 1 (secciones 1 y 2): 18 de febrero

Parcial 2 (secciones 3 y 4): 13 de marzo

Parcial 3 (sección 5): 9 de abril

Parcial 4 (sección 6): 29 de abril

Reposición de parcial (todo el curso): fecha oficial del primer ordinario.

TEMARIO

1. Ecuaciones de primer orden
 - 1.1 Ejemplos: modelo de tráfico, crecimiento de poblaciones, ecuación de transporte
 - 1.2 Existencia local: método de características
 - (i) Ecuaciones lineales
 - (ii) Ecuaciones no-lineales
 - 1.3 Introducción a leyes de conservación
2. Ecuaciones de segundo orden
 - 2.1 Clasificación de las ecuaciones de segundo orden
 - 2.2 Forma canónica
 - 2.3 Introducción a transformadas de Fourier y de Laplace
3. Ecuación de onda
 - 3.1 Ecuación de onda en \mathbb{R}
 - (i) Problema de Cauchy global: la fórmula de D'Alembert
 - (ii) Valores en la frontera: método de reflexión
 - (iii) Problemas no homogéneos: principio de Duhamel
 - (iv) Identidad de Green-Lagrange
 - 3.2 Ecuación de onda en \mathbb{R}^d
 - (i) Principio fuerte de Huygens y fórmula de Kirchhoff
 - (ii) Fórmula de Poisson
 - (iii) Método del descenso de Hadamard
 - 3.3 Principio de Duhamel
 - 3.4 Método de energía
 - 3.5 Aplicaciones
4. Sistemas simétricos hiperbólicos
 - 4.1 Ejemplos: líneas de transmisión, olas en agua poco profunda y ecuaciones de Maxwell
 - 4.2 Estimaciones de energía y unicidad
5. Ecuaciones elípticas
 - 5.1 Ejemplos: membranas, electrostática, mecánica de fluidos
 - 5.2 Solución fundamental a la ecuación de Laplace
 - 5.3 Propiedades de funciones armónicas
 - (i) Medias esféricas
 - (ii) Principio del máximo
 - (iii) Regularidad
 - 5.4 La función de Green
 - (i) Propiedades. La fórmula de Poisson.
 - (ii) Función de Green para la bola

- (iii) Función de Green para el semi-plano
- 5.5 Problemas exteriores
- 5.6 Existencia de la solución al problema de Dirichlet
 - (i) El método de Perron
 - (ii) Método de espacios de Hilbert*
- 5.7 Estimaciones de energía y el principio variacional de Dirichlet
- 5.8 La ecuación de Laplace discreta
- 6. Ecuación del calor
 - 6.1 El problema de Cauchy
 - (i) La solución fundamental (núcleo de Poisson)
 - (ii) Regularidad
 - (iii) Problema no homogéneo: principio de Duhamel
 - 6.2 Problemas con valores iniciales y de frontera
 - (i) Unicidad: método de energía
 - (ii) Principio fuerte del máximo
 - (iii) Regularidad
 - 6.3 No unicidad de soluciones al problema de Cauchy
 - 6.4 Soluciones no negativas: el teorema de Widder*
 - 6.5 Aplicaciones: difusión, caminatas aleatorias, finanzas

BIBLIOGRAFÍA

Bibliografía básica. Los textos centrales para este curso son: el libro de John [6], el libro de Salsa [9] y la primera mitad del libro de Evans [2].

Bibliografía complementaria. Dos textos básicos para complementar el material (sobre todo por los ejercicios) son el libro de Strauss [11], y el de Zachmanoglou y Thoe [14]. Como lectura complementaria para ciertos temas recomiendo los libros de Folland [3], Renardy y Rogers [8], y Taylor [12], aunque sean un poco más avanzados. Una guía rápida a la teoría de ecuaciones lineales se puede encontrar en la primera parte del texto (avanzado) de Smoller [10]. Los primeros dos capítulos de las notas de Han y Lin [5] constituyen un excelente (y no complicado) material complementario para la sección 5. Para aplicaciones concretas usando los métodos clásicos, recomiendo consultar el libro de Tikhonov y Samarsky [13].

Bibliografía avanzada. De la bibliografía del temario oficial recomiendo consultar el segundo volumen de Courant y Hilbert [1]. Para profundizar el estudio de ecuaciones elípticas (sección 5) el clásico texto de Gilbarg y Trudinger [4] es una buena opción. Una introducción a métodos más modernos se encuentra en la segunda parte del libro de Evans [2]. Un libro moderno, aunque recomendable sólo como segunda lectura, es el de Jost [7].

REFERENCIAS

- [1] R. COURANT AND D. HILBERT, *Methods of mathematical physics. Vol. II: Partial differential equations*, Wiley Classics Library, John Wiley & Sons Inc., New York, 1989. Reprint of the 1962 original, A Wiley-Interscience Publication.
- [2] L. C. EVANS, *Partial Differential Equations*, vol. 19 of Graduate Studies in Mathematics, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1998.
- [3] G. B. FOLLAND, *Introduction to Partial Differential Equations*, Princeton University Press, Second ed., 1995.
- [4] D. GILBARG AND N. S. TRUDINGER, *Elliptic partial differential equations of second order*, Classics in Mathematics, Springer-Verlag, Berlin, 2001. Reprint of the 1998 edition.
- [5] Q. HAN AND F. LIN, *Elliptic partial differential equations*, vol. 1 of Courant Lecture Notes in Mathematics, New York University Courant Institute of Mathematical Sciences, New York, 1997.

*Si el tiempo lo permite.

- [6] F. JOHN, *Partial Differential Equations*, vol. 1 of Applied Mathematical Sciences, Springer-Verlag, New York, Fourth ed., 1982.
- [7] J. JOST, *Partial differential equations*, vol. 214 of Graduate Texts in Mathematics, Springer, New York, second ed., 2007.
- [8] M. RENARDY AND R. C. ROGERS, *An introduction to partial differential equations*, vol. 13 of Texts in Applied Mathematics, Springer-Verlag, New York, second ed., 2004.
- [9] S. SALSA, *Partial differential equations in action. From modelling to theory*, Universitext, Springer-Verlag Italia, Milan, 2008.
- [10] J. SMOLLER, *Shock Waves and Reaction-Diffusion Equations*, Springer-Verlag, New York, Second ed., 1994.
- [11] W. A. STRAUSS, *Partial differential equations. An introduction*, John Wiley & Sons Inc., New York, 1992.
- [12] M. E. TAYLOR, *Partial differential equations. Basic theory*, vol. 23 of Texts in Applied Mathematics, Springer-Verlag, New York, 1996.
- [13] A. TIKHONOV AND A. SAMARSKI, *Ecuaciones de la Física Matemática*, MIR, Moscú, 1983.
- [14] E. C. ZACHMANOGLU AND D. W. THOE, *Introduction to partial differential equations with applications*, Dover Publications Inc., New York, second ed., 1986.

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Y MECÁNICA, IIMAS-UNAM, APDO. POSTAL 20-726, C.P. 01000 MÉXICO D.F. (MÉXICO)

E-mail address: plaza@mym.iimas.unam.mx